

2018年3月10日発行

表計算による待ち行列のシミュレーション

—— テーマパークアトラクション待ち時間の再現 ——

坂 本 紫

相模女子大学紀要 VOL.81 (2017年度)

表計算による待ち行列のシミュレーション

——テーマパークアトラクション待ち時間の再現——

坂 本 紫

Simulation of the queue by the spreadsheet

— Reproduction of waiting time of attraction in theme park —

Yukari SAKAMOTO

This paper presents a method to carry out by Excel (spreadsheet) without Excel VBA to simulate a service provided at multiple service counters in the queue. To attract the interest of the student, we apply this simulation method to an attraction of Tokyo DisneySea. At first, we analyze the system's queue using the Little's formula that is the basis of the queue and the analysis by simulation is performed. By comparing these results, we show the effectiveness of the proposed method.

Key Words : Queueing theory, Little's formula, Theme park, Spreadsheet, Excel

論文要旨

文系学部生は初年次にExcelを学ぶ機会が多く、Excelを用いて時系列データの処理やシミュレーションができるようになれば、卒業論文や大学院での研究、就職後のデータ解析業務等において役立つと考える。しかしながら、Excelにおいて経過時間とともにデータが変化するようなシミュレーションは、Excel VBAによるプログラムならば容易であるが、そのプログラミングは学生にとって習得のハードルが高い。そこで本稿は、ひとつの解決策としてExcelマクロを使わずに時系列データを含むシミュレーションが実施できることを示す。

事例として、学生がイメージしやすい東京ディズニーリゾートのアトラクション待ち時間を取り上げる。最初に、待ち行列理論の基礎であるリトルの公式を用いて検討し、次に、Excelでシミュレーションをおこなう。このことは、シミュレーションの意味（対象のモデルを前提にして、そのふるまいを理解・解析するためのツール）もあわせて示す目的もある。

1. はじめに

プログラミング教育は、アルゴリズムの概念や処理方法の考え方など文系学部生の多くにとってはこれまでの授業で経験したことがない新しい概念であり、さらに、プログラミング言語の文法や規則もあわせて習得する必要がある。そのような背景もあり、文系学部における情報教育として、プログラミングを取り上げている大学は少ないなか[1][2]、プログラミング教育を実施するため、次の2つの理由からExcelマクロ（Excel VBA）を取り上げている教育が紹介されている[1][3]。(1) 文系学部生は初年次にExcelを学ぶ機会が多く、Excelの画面操作、関数の使い方や種類に慣れていること、(2) 文系学部生が将来プログラム設計や開発および製作等の業務に就く割合が少ないという前提から、ExcelマクロならばExcelを使う業務で効率化につながるという考え方である。

一方では、Excelによるデータ解析等を考えると、時系列データの処理・計算やシミュレーションができることは、就職後のデータ解析業務のみならず、卒業論文や大学院での研究において役立つと考える¹。Excelにおいて時刻とともにデータが変化する計算や繰り返しをするようなシミュレーションは、Excelマクロならば容易に実現可能であるが、冒頭で述べたようにプログラミングは学生にとって習得のハードルが高く、必修科目でない限り敬遠される授業である。そこで本稿は、その橋渡しの目的も含め²、ひとつの解決策としてExcelマクロを使わずに

関数を工夫することで、時系列データを含むシミュレーションが実施できることを示す。

具体的には学生が学ぶ意欲を高めることを目的として、イメージがしやすい東京ディズニーリゾート[4]のアトラクション待ち時間を取り上げ、シミュレーションをするために待ち行列理論の基礎であるリトルの公式を用いて待ち時間を検討し、ExcelのSheetのみを用いてシミュレーションによる解析をおこなう。あわせて、シミュレーションは対象のモデルを前提にして、そのモデルのふるまいを理解・解析するためのツールであることを理解する。

2. リトルの公式

2.1 アクアトピア概要

待ち行列システムを検討するために、東京ディズニーシーのアトラクションである“アクアトピア”を考える[4]。以下本文では括弧（ ）がディズニーリゾートで使われている言葉であり、学生にとってなじみがあるろう。このアトラクションは、次の2つの特徴をもつシステムであり待ち行列を考えるに際し理解しやすい。(1)アトラクションを楽しむために並ぶ列（スタンバイ列という。以下本稿ではこの用語を用いる）のほかに、待ち行列理論における割込みに相当する、ほかのアトラクションに導入されている優先入場（FastPass：FP）のシステムがない、(2)サービス窓口（アトラクションのライド乗り場）が左右の2つである。概要を図1により説明すると、客（ゲスト）は到着すると1列に並び、そ

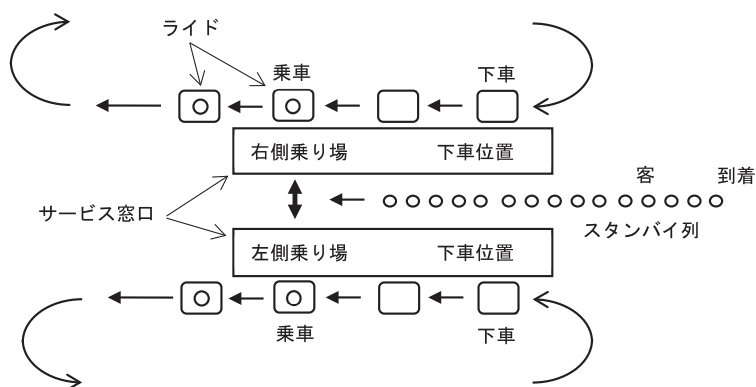


図1 アクアトピアにおける客の移動

¹ たとえば概念として、モンテカルロ法の実現（乱数を用いるシミュレーション）、状態変化が起こる時点に着目するシミュレーション（製品の売れ行き状況により発注量を変化させる在庫管理問題など）などが考えられる。

² シミュレーションの概念を学び、その強力なツールとしての利便性を理解し、更なるステップアップのためにプログラミングを習得すること

の後、客が任意に選択した左右どちらかの乗り場からアトラクションであるライドに乗車する。ここで、客1グループにつき1ライドに乗車するとする。乗車後、そのライド³は水面上をぐるぐるした動きで回遊してから乗車ホームに戻り、客は下車する。ライドは停止せず客は動いているライドに対して乗り降りをする。左側のコースと右側のコースは風景が異なるだけで乗車時間は同じである。

2.2 待ち行列

アクアトピアを待ち行列システムに当てはめる。客（ゲスト）はシステム（アクアトピア）にランダムに到着する。この到着する客の人数がポアソン分布に従うとき、客が到着する時間間隔は指数分布に従う。客は待ち行列（スタンバイ列）に並び、サービス（ライド乗車）を受けるために（乗車するために）待っている時間が待ち時間である。列の先頭になれば複数あるサービス窓口（左側のコース、右側のコース）のどちらかの窓口を利用（乗車）する。客がサービスを受け始めて（ライド乗車時刻）からサービス終了（ライド下車時刻）までがサービス時間（乗車時間）である。サービス終了後（ライド下車後）、客（ゲスト）はシステム（アクアトピア）から退出する。

ここで、上記内容と実際のシステムとの相違を示しておく。客はサービスを受ける直前に左右どちらかの窓口に進むのではなく、アクアトピアに到着し

たあと列の途中で左右の列を選択する。このことは、解析およびシミュレーションにおいて客の到着から乗車までが待ち時間なので影響しない。次に、サービス窓口は左右2つであるが、ライドは複数ありサービス時間については再定義を必要がある。具体的には、ライドの乗車時間がサービス時間ではない。公式ホームページ[4]によれば乗車時間は約2分30秒であり、2分30秒ごとに客が入れ替わってサービスを受けるのではなく、ライドが複数あるので客がライドに乗車する間隔がサービス時間となる。

以上の前提をもとに待ち行列理論の公式をあてはめる。このシステム（アクアトピア）において、長時間にわたり客がシステムからあふれない状態（スタンバイ列が長くなる一方ではない状態）を“システムが安定”であるという。このときシステム全体を考えると式(1)が成立する。式(1)が待ち行列理論の基礎的なリトルの公式である[5]～[10]。以下、本稿で使用する記号を表1にまとめる。

$$L = \lambda W \quad (1)$$

この公式は安定なシステムにおける“平均値”との関係をあらわす。システムが安定になる（待ち行列が発散しない）ための条件は、窓口1つあたりの利用率が1未満である[5]～[10]。

$$\rho = \lambda / c\mu < 1 \quad (2)$$

表1 各状態をあらわす記号とその値

記 号	概 要	デ ー タ
L	行列している平均客数、待ち行列の平均客数（スタンバイ列に並んでいるゲスト数の平均）。サービスを受けている、すなわちライドに乗車しているゲスト数は含まない	不明
W	行列の平均待ち時間。ライドに乗車してサービスを受けている時間は含まない	公式ホームページに待ち時間が掲載されている*1
λ	単位時間当たりにシステムに到着する平均客数（アクアトピアに到着するゲスト数の平均）	不明
μ	平均サービス率。単位時間当たりに処理する平均客数（ライドに乗れるゲスト数の平均）	現地測定結果*2 [sec] 平均11.0, 標準偏差4.6 最大値39.0, 最小値5.0
$1/\mu$	平均サービス時間	
c	サービスを提供する窓口数（ライドの乗車口数）	2（左右の乗車位置）
ρ	利用率。式(2)参照	式(2)より算出

*1 図2参照。ある10日分のデータを掲載（現地データ取得により著者作成）

*2 著者による現地データ観測結果（客数135のデータ）

³ 文献[4]公式ホームページより引用：“3人乗りのウォーターヴィークルに乗り込み、渦巻きや間欠泉、滝などが点在する迷路のようなコースを進みます。どこに進むかは予測不可能！”

2.3 リトルの公式による解析

まず、次章のシミュレーションの際に必要な値にもかかわらず不明である、表1 λ の値を求めるために、式(2)の安定条件を満足する λ の値を求める。 $1/\mu$ (平均サービス時間) は表1 から11.0[sec], 同 c は2を用いる。

$$\rho = (\lambda/c)(1/\mu) = (\lambda/2) \times 11.0 < 1$$

$$\lambda < (2/11.0) \doteq 0.2$$

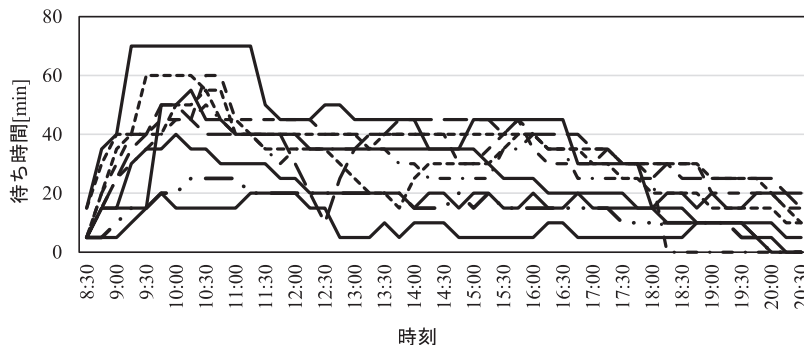


図2 アクアトピア待ち時間

3. Excelによるシミュレーション

3.1 使用するExcel関数

待ち行列をシミュレーションする従来研究を概観すれば、サービス窓口がひとつならばExcelで比較的容易に実施できる[11][12]。文献[12]は複数窓口の場合を参考として記述しているが、それは時間経過を軸とした時系列データではなく客ごとのデータである。Excelでなければ文献[13]はRによるプログラムを紹介している。本稿はこれらとは異なり、複数のサービス窓口を対象として時系列データの解析をExcelで実施することが目的である。

本稿においてExcel Sheetで用いるすべての関数を表2にまとめる。詳細はExcelのヘルプ等を参照のこと。このほか「絶対参照\$」、「オートフィル」、「同じ連番を繰り返して入力する方法⁴」の操作を使用する。また、セルに入力操作等する度に値が変化するため、Sheetの計算方法は「手動」に設定しておき、実際に計算する際は「シート再計算」でおこなう(図4参照)。「再計算実行」は、すべてのSheetを再計算する。

1[sec]当たり平均客数0.2未満、すなわち、待ち行列が発散しないためには平均客数1が5[sec]より長い間隔で到着する必要がある。現実には、図2に示すように待ち時間が長くなる一方の発散になることはない(現地の待ち時間表示看板の最大目盛は75[min])。

3.2 シミュレーション

(1) シミュレーション条件

シミュレーション時刻が1[sec]刻みではデータ数が多すぎるので5[sec]単位とし、1単位(5[sec])を k とおく。3時間分(10800[sec])シミュレーションする場合 $k=2160$ となり、すなわち $k: 0, 1, 2, 3, \dots, 2160$ とする(表3参照)。次に客の到着間隔を3段階に設定できるようにしておき(表4参照)、窓口におけるサービス時間を表5に示す。表4と表5の設定値をExcelではSheet: Aの通りに代入する。なお、Sheetの記述方法について特記事項をまとめる。

- Sheetに代入する数値や式の表記を、表と区別するためにSheetの題名をSheet: A, B, C, …とする。これらはひとつの同じSheetであり、付録にSheet全体を示す。
- 計算式をあらわす = を省略する。
- ----- は行方向のオートフィル操作である。
- 1行目は見出し行に用いる。
- 各列の内容は表の次に説明する。
- 紙幅の制約で長い計算式は列名①, ②で記述し、その内容は表の下に示す。

⁴ 繰り返し入力したい数値が入力されたセル範囲を選択して(たとえば、123,123,123, …と入力するなら、1,2,3を選択) [Ctrl]キーを押したままオートフィルを実施する

表2 使用する関数一覧

関 数	概 要
MAX	MAX(セル範囲) 引数（関数の括弧内に記述）であるセル範囲のうち、最大の数値を返す
IF	IF(条件,条件を満足する時の処理,満足していない時の処理) 条件が真であれば指定された処理を行い、偽であればその指定された処理を実施
LN	引数の自然対数を返す 例 LN(10) → 2.302585093
RAND	0 以上 1 より小さい実数の乱数を発生する 記述例 RAND()
VLOOKUP	VLOOKUP(検索値,検索範囲,列番号,検索方法) 指定された範囲（検索範囲）の1列目で、指定したデータ（検索値）を検索し、該当した1列目と同じ行で指定した列（列番号）にあるデータを返す ※本稿で用いる検索方法は、完全一致Falseである
IFERROR	IFERROR(式,エラーの時の値) 式がエラーの場合は指定したエラーの値を返し、エラーでない場合は式の値を返す
NORM.INV	NORM.INV(確率,平均,標準偏差) 確率 : 正規分布における確率を指定 平均 : 対象となる分布の算術平均を指定 標準偏差 : 対象となる分布の標準偏差を指定 指定した平均と標準偏差に対する正規分布の累積分布関数の逆関数の値を返す
OFFSET	OFFSET(基準セル,行数,列数,1,1) ※本稿では基準セルを1セルとする この関数はシミュレーション結果の解析例を示す際に使用する。 基準セルの位置から、指定した行数分上方向（マイナス値）か行数分下方向（プラス値）に移動、指定した列数分左方向（マイナス値）か列数分右方向（プラス値）に移動、そのセル位置のデータを返す。たとえばOFFSET(A1,2,3,1,1) はセルA1の位置から下に2行、右に3列、そのセル位置の内容を返す。図3に示すように、セルD3にあらかじめ5が代入されている場合、この例の関数をセルB2に記入した場合、セルB2は5となる。
ROW	指定したセルの行番号を返す。シミュレーション結果の解析例を示す際に使用する。 例 ROW(A1) → 1, ROW(B2) → 2, ROW(D3) → 3
COUNTIF	COUNTIF(検索範囲,検索条件) 検索範囲のなかで検索条件に一致するセルの個数を返す。この関数はシミュレーション結果の解析例を示す際に使用する。 例 COUNTIF(B2:B10,"<="&C10) セル範囲B2～B10に含まれるセルのうち、セルC10の値以下の値が入力されているセルの個数を求める。アンパサンド(&)で比較演算子 "<=" (以下)とC10の値が結合される。つまり、もしC10が20ならば、COUNTIF(B2:B10,"<=20") と同じ意味となる。

	A	B	C	D
1				
2		5		
3				5

図3 OFFSET関数の例

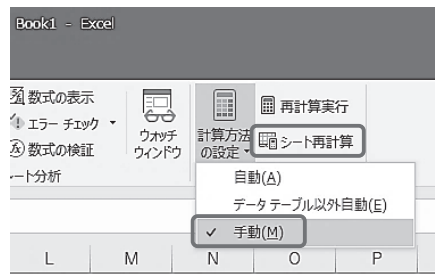


図4 計算方法：手動（タブ[数式]>メニュー[計算方法]）

表3 シミュレーション時間

シミュレーション刻み k	0	1	2	...	2160
実際の時間経過[sec]	0	5	10	...	10800

表4 客の平均到着間隔（数値例）

時刻 k	客の平均到着間隔	平均客数（No）
0～720	1（5[sec]で1グループ）	No.1～No.720
721～1440	2（10[sec]で1グループ）	No.721～No.1080
1441～2160	3（15[sec]で1グループ）	No.1081～

表5 窓口におけるサービス時間

内 容	測定データ（表1）[sec]	シミュレーション時間単位 k
平 均	11.0	2.2
標準偏差	4.6	0.92
最大値	39.0	7.8
最小値	5.0	1.0

Sheet：A

行	A列	B列
2	時刻	到着間隔
3	0～720	1
4	721～1440	2
5	1441～2160	3
6	時刻	客No最大値
7	720	720
8	1440	1080

行	A列	B列
10	サービス時間	
11	平均	2.2
12	標準偏差	0.92
13	最大値	7.8
14	最小値	1.0

(2) 客データの設定

客が到着する順にNoを付けて1,2,3,...（客No）とおき、客ごとの到着時刻とサービス時間をあらかじめ設定する。表4を再現するために、各時間帯における客の平均到着間隔をあらかじめ設定（表4、第2列）することを利用して、各時間帯における客数（＝時間／客の平均到着間隔）を求める。その結果

から各時間帯の客Noの範囲を定める（表4、第3列）。したがって、平均到着間隔から定めるため、時間帯の区切りが若干ずれることを前提にしている。サービス時間は表5の平均と標準偏差を用いて正規分布で与える。代入するデータや関数をSheet：Bに示す。

Sheet : B

行	D列	E列	F列	G列	H列
1	客No	到着 間隔	到着 時刻	サービス時間（乗車時間）	上下制限
2	1	E①	E2	NORM.INV(RAND(),\$B\$11,\$B\$12)	H①
3	2	E②	F2+E3	NORM.INV(RAND(),\$B\$11,\$B\$12)	H②
...	-----	-----	-----	-----	-----

E① IF(D2>\$B\$8,-LN(1-RAND())*\$B\$5,IF(D2>\$B\$7,-LN(1-RAND())*\$B\$4,-LN(1-RAND())*\$B\$3))

E② IF(D3>\$B\$8,-LN(1-RAND())*\$B\$5,IF(D3>\$B\$7,-LN(1-RAND())*\$B\$4,-LN(1-RAND())*\$B\$3))

H① IF(G2>\$B\$13,\$B\$13, IF(G2<\$B\$14,\$B\$14,G2))

H② IF(G3>\$B\$13,\$B\$13, IF(G2<\$B\$14,\$B\$14,G3))

D列（客No）：1,2,3,...の通し番号とする。

第2列の平均到着間隔は時刻経過に伴って変えるのではなく、表4、第3列の客Noに応じて変化させる。

E列（客ごとの到着間隔）：ポアソン分布で一般的に用いられる計算式で生成する[11][12]。表4、

乱数による到着間隔＝ $-\text{LN}(1-\text{RAND}()) \times \text{平均到着間隔}$

F列（客ごとの到着時刻）：E列が客と客の到着間隔にて順次加算して到着時刻となる。

値もあり得る。そこで表5の最大値より大きい場合には最大値、最小値未満の場合には最小値に制限する。

G列（仮のサービス時間）：客ごとに窓口で受けるサービス時間を正規分布で与える。

オートフィルの範囲は表3,4を参照し

H列（サービス時間）：G列の正規分布では0に近い

オートフィルの範囲＝時刻 k の最大値（表3）／客の平均到着間隔の最小値（表4）

で与えればよい（表3、表4の例では1行目が見出し行であるから2161行）。

(3) 時系列変化

図1 に示したようにサービス窓口は左右2つである。ここでは時間経過とともに窓口に客Noを挿入していくが、2つの窓口を2列で表現するのではなく、

行方向に上下で表現することがポイントである（N列）。したがって、時刻は1列を使うが窓口数分同時刻が連続する（M列）。

Sheet : C

行	L列	M列	N列	O列
1	サービス受領 客No最大値	時刻	窓口客No（上:左,下:右）	次客No
2	0	1	0	L2+1
3	MAX(N\$2:N3)	1	0	L3+1
4	MAX(N\$2:N4)	2	IF(N2=0,IF(M4>Q3,O3,0),IF(M4>P2, IF(M4>Q3,O3,0),N2))	L4+1
5	MAX(N\$2:N5)	2	IF(N3=0,IF(M5>Q4,O4,0),IF(M5>P3, IF(M5>Q4,O4,0),N3))	L5+1
6	MAX(N\$2:N6)	3	IF(N4=0,IF(M6>Q5,O5,0),IF(M6>P4, IF(M6>Q5,O5,0),N4))	L6+1
7	MAX(N\$2:N7)	3	IF(N5=0,IF(M7>Q6,O6,0),IF(M7>P5, IF(M7>Q6,O6,0),N5))	L7+1
...	-----	-----	-----	-----

L 列（サービス受領客Noの最大値）：最も左列に
 っている理由はのちにVLOOKUPで使用する
 ためである。INDEXを用いれば最も左列で
 ある必要はないが、VLOOKUPをほかでも多用
 するため統一する。

M 列（時刻 k ）：オートフィルで入力する。窓口ご
 との時刻を1列で設定するので2つの窓口なら行
 方向に1,1,2,2,3,3,...とする。もし3つの窓口なら
 ば1,1,1,2,2,2,3,3,3,...となる。

N 列（窓口ごとにサービスを受けている客No）：最
 初は客がないから窓口数分の0を入力してお
 く。2つの窓口（左右）なら行方向に、左の客
 No, 右の客No, 左の客No, 右の客No, ...となる。
 もし3つの窓口（A,B,C）なら、Aの客No, Bの
 客No, Cの客No, Aの客No, Bの客No, Cの客
 No, ...となる。IFの内容は図5を参照のこと。

O 列（サービスを待っている先頭の客No）：窓口で
 サービスを受けている客Noの最大値+1である。

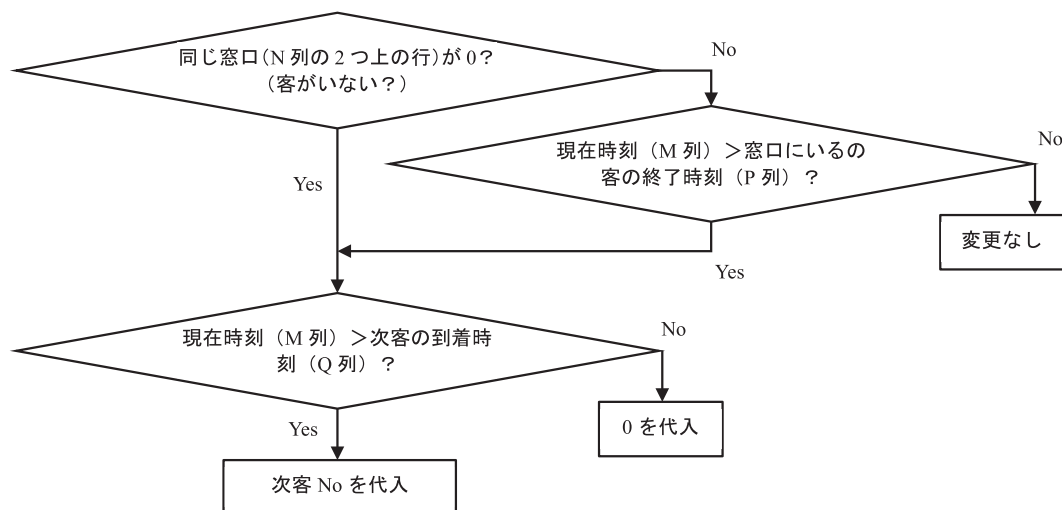


図5 N列のIF判定フローチャート

(4) 時系列データに応じた客データの取得

(3)の時刻変化に伴う計算結果から、客Noに応じ
 たデータをVLOOKUPにより検索して取得する。

Sheet : D

行	I列	J列
1	サービス 開始時刻	サービス終了時刻
2	I①	IF(I2=9999,9999,H2+I2)
3	I②	IF(I3=9999,9999,H3+I3)
4	-----	-----

P列	Q列
窓口客 サービス終了時刻	次客到着時刻
P①	Q①
P②	Q②
-----	-----

I① IFERROR(VLOOKUP(D2,\$L\$2:\$M\$4321,2,0),9999)

I② IFERROR(VLOOKUP(D3,\$L\$2:\$M\$4321,2,0),9999)

P① IFERROR(VLOOKUP(N2,\$D\$2:\$J\$2161,7,0),"")

P② IFERROR(VLOOKUP(N3,\$D\$2:\$J\$2161,7,0),"")

Q① VLOOKUP(O2,\$D\$2:\$F\$2161,3,0)

Q② VLOOKUP(O3,\$D\$2:\$F\$2161,3,0)

I 列（客Noごとのサービス開始時刻）：窓口で受け入れた時刻。客NoがN列に代入されれば、その時刻（M列）が該当する。サービスを受ける前ならばVLOOKUPがエラーとなるので

9999を代入する。9999は、客Noと重複しないための客Noの最大値を超える任意の値である。オートフィルの範囲はシミュレーション状況によるため

オートフィルの範囲＝（時刻kの最大値／客の到着間隔の最小値）×サービス窓口数

としておけばよい（この値以上の範囲であればよい）。

J 列（客Noごとのサービス終了時刻）：H列＋I列。I列が9999ならばサービスを受ける前。

P 列（窓口でサービスを受けている客のサービス終了時刻）：サービスを受けている客NoはN列にあるから、その客NoのJ列にあるデータを取得する。サービスを受ける前の客NoはN列に該当する客NoがないからVLOOKUPはエラーとなるため""（空白）を挿入しておく。

Q 列（次の客の到着時刻）：次の客NoはO列、その客Noの到着時刻はF列にある。VLOOKUPでO列の客Noを検索し、F列の時刻を取得する。

シミュレーション自体も再計算してしまう。そこで、解析するためにSheet全体をコピーし、新規のSheetに値のみ貼り付けをする。その新規Sheet（Sheet（解析）と記述）で解析をおこなう。最初に時系列データとして、窓口ごとにサービスを受けた客の順番履歴を求める。N列の結果は行方向下に向かって窓口左、窓口右、…の交互であるため、図6に示すようにT列とU列に振り分ける。

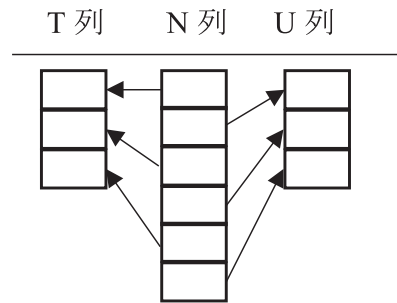


図6 客Noを各窓口振り分け

(5) シミュレーション結果の解析方法

シミュレーション結果を解析するために、四則演算等の計算を同じSheetでおこなうことを考えて計算式を入力した場合、「手動」設定にしてあるため入力するだけではその計算を実施しない。もう一度「シート再計算」を実行する必要がある。その結果、

Sheet（解析）：D

行	S列	T列	U列	V列	W列	X列
1	時刻	左の客No	右の客No	到着済み客数	サービス開始客No最大値	待ち客数
2	1	T①	U①	COUNTIF(F\$2:F\$2161,"<"&S2)	MAX(T\$2:U2)	V2-W2
3	2	T②	U②	COUNTIF(F\$2:F\$2161,"<"&S3)	MAX(T\$2:U3)	V3-W3
4	-----	-----	-----	-----	-----	-----

T① OFFSET(N\$2,(ROW(T2)-ROW(T\$2))*2,0,1,1)

T② OFFSET(N\$2,(ROW(T3)-ROW(T\$2))*2,0,1,1)

U① OFFSET(N\$3,(ROW(U2)-ROW(U\$2))*2,0,1,1)

U② OFFSET(N\$3,(ROW(U3)-ROW(U\$2))*2,0,1,1)

S列（時刻）：1,2,3,...

T列（窓口左の客No）：(ROW(T2)-ROW(T\$2))*2は
0,2,4,6,...となる。

U列（窓口右の客No）：同上

V列（到着済み客数）：システムに到着している客
Noの最大値（到着している客数に等しい）。

W列（サービス受領客Noの最大値）：T列とU列の
なかの最大値である。

X列（待ち行列客数）：行列している客数

たとえば、客ごとの待ち時間では客がいつの時点で並んでいる待ち時間なのか不明である。そこで、これまでの“客を軸としたデータ”と“時刻を軸としてデータ”を照合すれば、時系列変化としてサービス開始客の待ち時間や客ごとの待ち時間を得ることができる。

Sheet（解析）：E

行	Y列	Z列
1	サービス開始客Noの待ち時間	同到着間隔
2	IFERROR(VLOOKUP(W2,\$AB\$2:\$AC\$2161,2,0),"")	Z①
3	IFERROR(VLOOKUP(W3,\$AB\$2:\$AC\$2161,2,0),"")	Z②
4	-----	-----

AB列	AC列
客No	客ごとの待ち時間
1	AC①
2	AC②
-----	-----

Z① IFERROR(VLOOKUP(W2, \$D\$2:\$E\$2161,2,0),"")

Z② IFERROR(VLOOKUP(W3, \$D\$2:\$E\$2161,2,0),"")

AC① IF(I2<>9999,I2-F2,"")

AC② IF(I3<>9999,I2-F2,"")

Y列（サービス開始客Noの待ち時間）：VLOOKUP
がエラー（窓口に客なし）のときにはデータなし

Z列（サービス開始客Noの到着間隔）：VLOOKUP
がエラー（窓口に客なし）のときにはデータなし

A B列（客No）：1,2,3,...の通し番号である。

A C列（客ごとの待ち時間）：到着から窓口を受け
入れられるまでの時間である。サービス受領
客Noのみ対象とするためIFを用いる。

も比例関数的に増加する。2.3節で述べたとおり安定条件を満足するためには、客の到着間隔が5[sec]以上（本シミュレーション時間では1以上）必要であり、シミュレーションでも待ち行列が発散することを示している。再現性を示すために表8に10回の平均を示す。この例ではばらつきが2.5[%]に収まっている。

4. シミュレーション

(1) シミュレーション実施と解析内容

シミュレーションを実施するには「シート再計算」をクリックする（図4参照）。シミュレーション条件を表6に示す。

(2) シミュレーション条件No.1

客の平均到着間隔を0.5（表6）として10回繰り返した結果、客の到着間隔は平均0.50、標準偏差0.01と設定値を満足している。図7にシミュレーション結果のひとつを示す（発散するため描写を途中で打ち切っている）。時間経過とともに待ち行列が長くなる一方となり、図を省略するが客ごとの待ち時間

表6 シミュレーション条件

No	客の平均到着間隔		備考（目的）
1	3時間同一値0.5		待ち行列が発散
2	3時間同一値1.3, 1.4, 1.5の場合		安定時の動作確認
3	3時間同一値1.4		式(1)の確認
4	時刻 k	客の平均到着間隔	客の到着が増減
	0～720	1.3	
	721～1440	1.5	
	1441～2160	1.4	

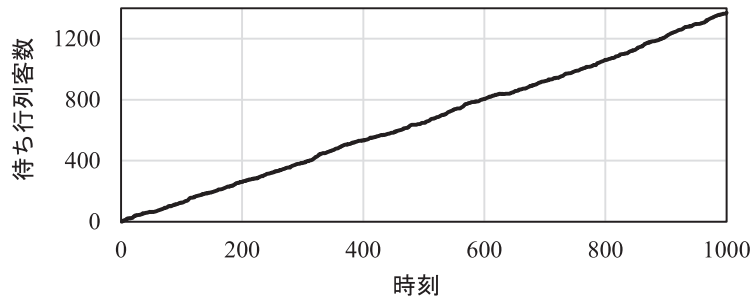


図7 待ち行列客数の発散

表8 10回のシミュレーション結果

	$k=1000$ までの サービス受領客数	$k=1000$ 時点の 待ち行列客数	客Noが1000の客の 待ち時間
平均	710	1273	898 (実時間75[min])
標準偏差	4.8	30.7	19.4

(3) シミュレーション条件No.2

客の到着間隔を1.3, 1.4, 1.5と長くする条件である。客ごとの待ち時間を図8に、待ち行列数の時間履歴を図9に示す。客の到着間隔が長くなるにつれて、

待ち時間も行列人数も減少し、振れ幅はあるが安定している。1.3の場合は増加傾向のままなので、シミュレーション時間を長くしたのが図10, 図11である。振れ幅は大きいが発散はしていない。

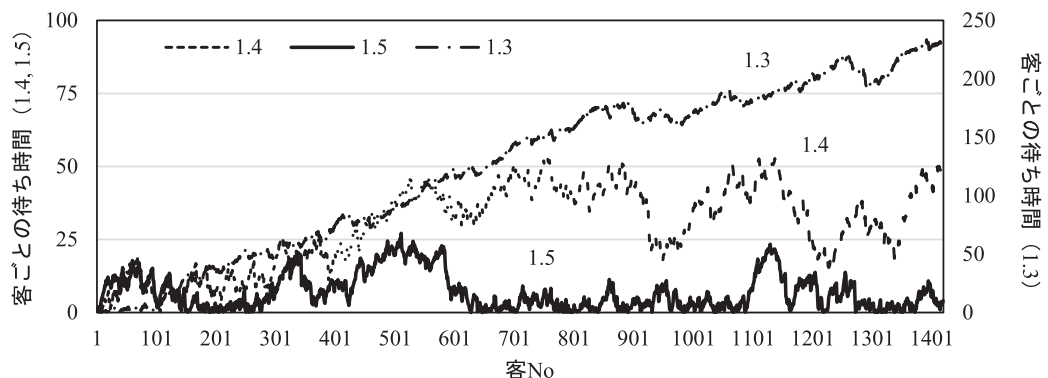


図8 客ごとの待ち時間

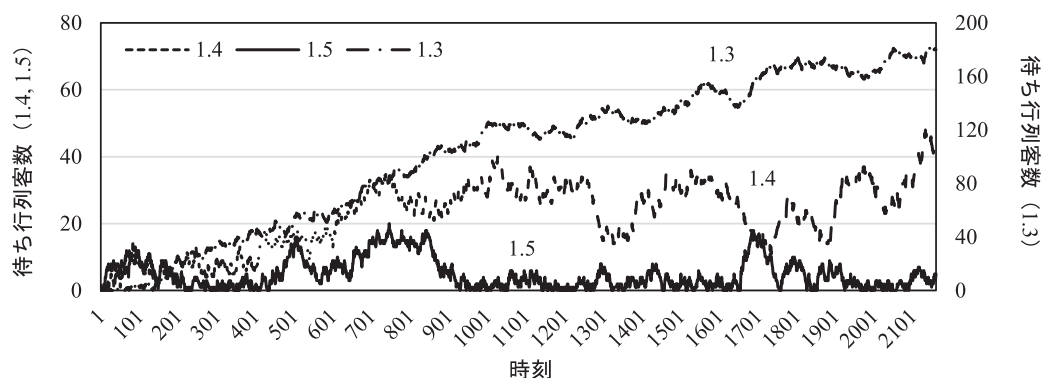


図9 待ち行列客数の時間履歴

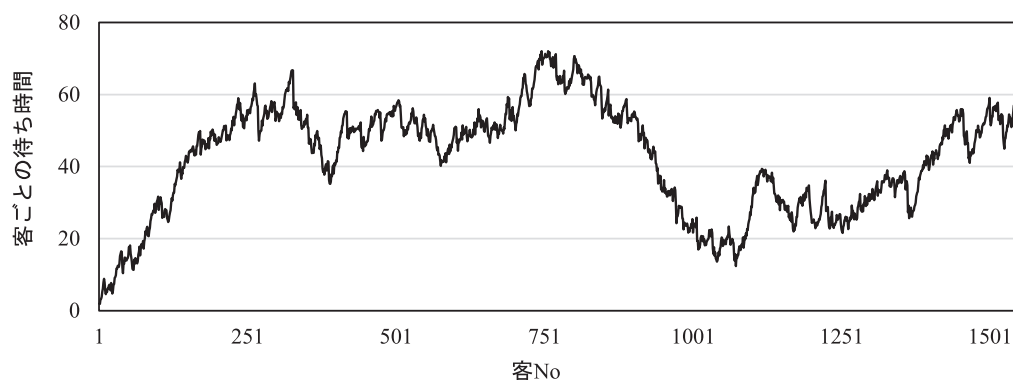


図10 客ごとの待ち時間 (到着間隔1.3)

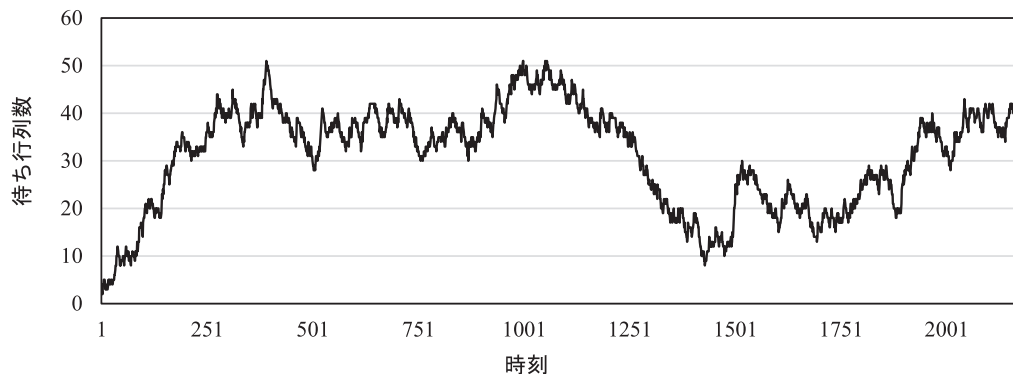


図11 待ち行列客数の時間履歴 (到着間隔1.3)

(4) シミュレーション条件No.3

式(1)の理論値とシミュレーションによる結果を比較する。客の到着間隔を1.4として10回繰り返す。各回において図12、図13に示すように、充分に増加傾向が収まったあとの待ち時間と待ち行列数の平均を求める。具体的に図12の客No 400以降の待ち時間の平均 (W) は51.9, 標準偏差9.6である。図13で

は前述の客No 400のサービス受領時刻が512であり、それ以後の待ち行列客数 (L) の平均37.1, 標準偏差 6.9である。式(1)より, 単位時間あたりにシステムに到着する平均客数の逆数が客の到着間隔であるから,

$$\lambda = L/W, \quad 1/\lambda = W/L = 51.9/37.1 = 1.39$$

と求まりシミュレーションの設定値（客の到着間隔1.4）にはほぼ等しい。同様な計算を各シミュレーション結果でおこない、その結果（図12,13の結果を除く）を表9に示す。平均は1.38となり、式(1)が成立しているといえよう。しかしながら、各データを参照すれば、ばらつきが大きいことがわかる。詳

細は本稿の範囲を超えるので省略するが、乱数の生成結果により上下限値が連続等すれば、待ち行列に対する影響が大きいことを示している。現実にあてはめれば、若干のライド停止で待ち行列が長くなる、もしくは、僅かなシステム改善で待ち行列が短くなる可能性があると考ええる。

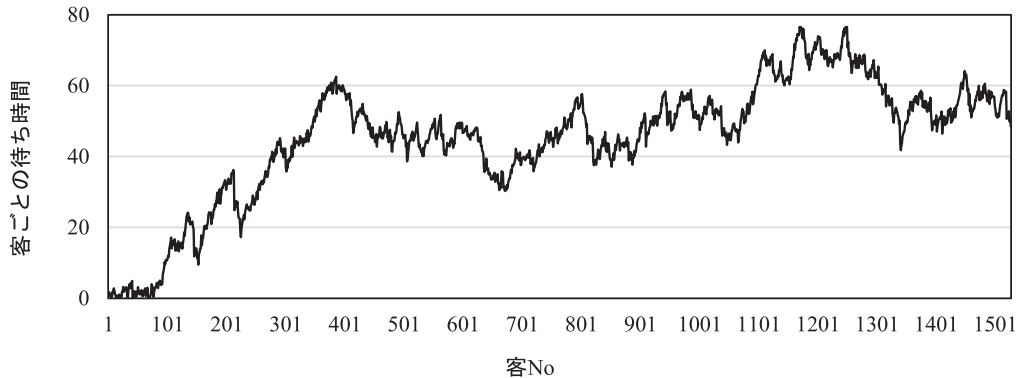


図12 客ごとの待ち時間（到着間隔1.4）

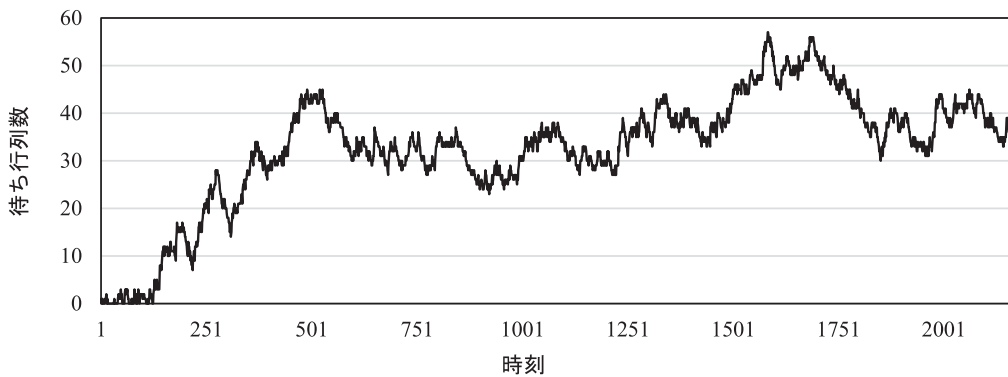


図13 待ち行列客数の時間履歴（到着間隔1.4）

表9 到着間隔設定値1.4における結果

No.	客ごとの待ち時間	待ち客数	到着間隔
1	17.4	12.6	1.38
2	8.6	6.8	1.25
3	14.4	9.9	1.46
4	21.0	16.1	1.30
5	62.3	43.4	1.43
6	60.0	39.4	1.52
7	22.8	17.6	1.30
8	19.3	12.6	1.53
9	15.9	12.0	1.33
10	11.4	9.1	1.26
平均	25.3	18.0	1.38
標準偏差	11.5	8.8	0.10

(5) シミュレーション条件No.4

解析例として、客の平均到着間隔を変えた場合を考察する。一例を図14、図15に示す。客の到着間隔が長くなったことで（1.3→1.5）、待ち時間と待ち行

列が減少傾向になり、その後ふたたび到着する客の増加（1.5→1.4）により、減少傾向に歯止めがかかることがわかる。

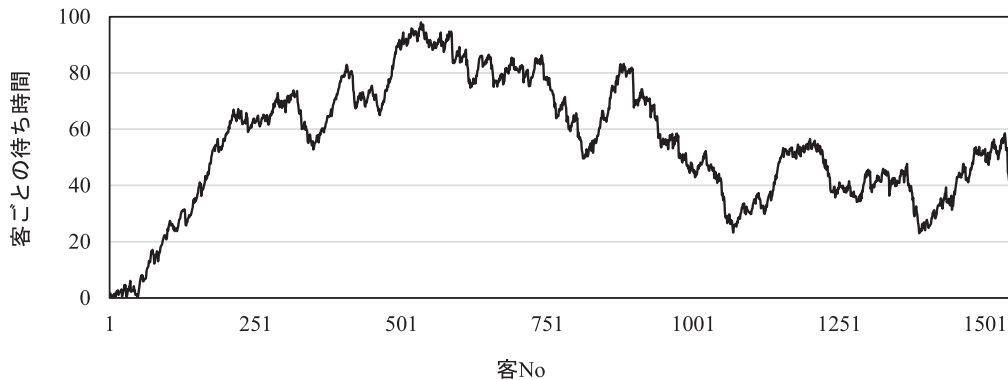


図14 客ごとの待ち時間（到着間隔1.3→1.5→1.4）



図15 待ち行列客数の時間履歴（到着間隔1.3→1.5→1.4）

5. おわりに

待ち行列理論における複数窓口のシミュレーションを、プログラミングを用いず、Excelの関数を工夫することで実施できる方法を示した。適用事例として東京ディズニーシーのアトラクションを取り上げ、理論による解析と、シミュレーションによる解析をおこなった。

参考文献

- [1] 牧野：Excelによるプログラミング教育 授業科目「社会ネットワーク分析」における試み，和歌山大学，経済理論，Vol.367, No.5, pp.107-125, 2012

- [2] 布施，岡部：高等教育の一般情報教育におけるプログラミング教育－北海道大学の実践を通して－，高等教育ジャーナル－高等教育と生涯学習－，Vol.23, pp.53-63, 2016
- [3] 五月：文系学生のためのVBAプログラミング教育についての考察，神奈川大学経済学会，商経論叢，Vol.46, No.1, pp.45-60, 2010
- [4] 東京ディズニーリゾート公式ホームページ
<http://www.tokyodisneyresort.jp/top.html>
 東京ディズニーリゾート公式ホームページ＞東京ディズニーシー＞アトラクション一覧＞アクアトピア
http://www.tokyodisneyresort.jp/attraction/detail/str_id:pd_aqua/

- [5] 宮沢政清：待ち行列の数理とその応用，牧野書店，2006
- [6] 伊藤俊秀，草薙信照：コンピュータシミュレーション，オーム社，2006
- [7] 北岡正敏：例題でわかる待ち行列理論入門，日本理工出版会，2010
- [8] 塩田，河西，豊泉，会田：待ち行列理論の基礎と応用，共立出版，2014
- [9] 木村俊一：待ち行列の数理モデル，朝倉出版，2016
- [10] OR事典 Wiki：http://www.orsj.or.jp/~wiki/wiki/index.php/リトルの公式
- [11] 井塚，岸，佐久間：表計算ソフトで待ち行列を再現してみよう，オペレーションズ・リサーチ，9月号，pp.526(18)-531(23)，2015
- [12] 大野，逆瀬川，中出：Excelで学ぶオペレーションズリサーチ，12章，近代科学社，2014
- [13] 逆瀬川：待ち行列現象のシミュレーション分析，オペレーションズ・リサーチ，4月号，pp.198(22)-204(28)，2014

※ URL はすべて2017年10月1日確認

付録

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1				客	到着間隔	到着時刻	サービス時間 (乗車時間)	サービス時間 上下限制限	サービス 開始時刻	サービス 終了時刻		サービス済み 客最大値	時刻	窓口客 上:1,下:2	次客	窓口客 サービス 終了時刻	次客 到着時刻
2	時刻	到着間隔		1	0.605632473	0.605632473	1.247967402	1.247967402	2	3.247967402		0	1	0	1		0.605632473
3	720	1.4		2	0.162299878	0.767932351	3.138427898	3.138427898	2	5.138427898		0	1	0	1		0.605632473
4	1440	1.4		3	0.202073708	0.970006058	3.405877457	3.405877457	4	7.405877457		1	2	1	2	3.247967402	0.767932351
5	以上	1.4		4	0.031996977	1.002000306	3.560215952	3.560215952	6	9.560215952		2	2	2	3	5.138427898	0.970006058
6	時刻	平均客数		5	1.984388945	2.986391981	2.048947978	2.048947978	8	10.04894798		2	3	1	3	3.247967402	0.970006058
7	720	514.2857		6	1.456166165	4.442558146	2.461222972	2.461222972	10	12.46122297		2	3	2	3	5.138427898	0.970006058
8	1440	1028.571		7	2.724380354	7.1669385	2.958811578	2.958811578	11	13.35881158		3	4	3	4	7.405877457	1.002003036
9				8	1.186767796	8.353706295	3.117594067	3.117594067	13	16.11759407		3	4	2	4	5.138427898	1.002003036
10	サービス時間			9	5.559762291	13.91346859	1.7643021	1.7643021	14	15.7643021		3	5	3	4	7.405877457	1.002003036
11	平均	2.2		10	0.355067198	14.26853578	0.991166375	1	16	17		3	5	2	4	5.138427898	1.002003036
12	標準偏差	0.92		11	0.003087114	14.2716229	3.463834755	3.463834755	17	20.46383476		3	6	3	4	7.405877457	1.002003036
13	最大値	7.8		12	1.164363803	15.4365867	1.078525895	1.078525895	18	19.0785259		4	6	4	5	9.560215952	2.986391981
14	最小値	1		13	1.223661744	16.66024844	2.774258282	2.774258282	20	22.77425828		4	7	3	5	7.405877457	2.986391981
15				14	2.111139141	18.77138759	2.807015627	2.807015627	21	23.80701563		4	7	4	5	9.560215952	2.986391981
16				15	2.223234245	20.99371183	1.019656177	1.019656177	23	24.01965618		5	8	5	6	10.04894798	4.442558146
17				16	0.310934216	21.30046405	1.708621054	1.708621054	24	25.70862105		5	8	4	6	9.560215952	4.442558146
18				17	0.614773872	21.91941992	1.48576457	1.48576457	25	26.48576457		5	9	5	6	10.04894798	4.442558146

S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC
時刻	窓口左 の客No	窓口右 の客No	到着済 み客数	サービス開 始済み客 No最大値	待ち客数	サービス開 始客Noの 待ち時間	サービス 開始客No の到着間 隔		客No	客ごとの待ち 時間
1	0	0	3	0	3				1	1.384367527
2	1	2	4	2	2	1.2320676	0.1623		2	1.232067649
3	1	2	5	2	3	1.2320676	0.1623		3	3.029993942
4	3	2	5	3	2	3.0299939	0.202074		4	4.997996964
5	3	2	6	3	3	3.0299939	0.202074		5	5.013608019
6	3	4	6	4	2	4.997997	0.031997		6	5.557441854
7	3	4	6	4	2	4.997997	0.031997		7	3.8330615
8	5	4	7	5	2	5.013608	1.984389		8	4.646293705
9	5	4	8	5	3	5.013608	1.984389		9	0.086531414
10	5	6	8	6	2	5.5574419	1.456166		10	1.731464216
11	7	6	8	7	1	3.8330615	2.72438		11	2.728377102
12	7	6	8	7	1	3.8330615	2.72438		12	2.563413299
13	7	8	8	8	0	4.54623971	1.186768		13	3.339751556
14	9	8	9	9	0	0.0865314	5.559762		14	2.228612415
15	9	8	11	9	2	0.0865314	5.559762		15	2.00628817

