

分数と小数・整数の関係理解の様相についての考察 —5年「分数と小数・整数の関係やしくみを考えよう」の単元を通して—

柳 健*

**Consideration about the aspect of the understanding of a fraction and a decimal,
the integer of relationships:
Through a unit of a fifth grader “will think about a fraction and relations and the structure of a decimal,
the integer”**

Ken YANAGI*

【要旨】

分数を苦手とする子どもは多い。表現は同じでありながら意味に多様性をもっていること、それらの見極めが容易でないことがその困難さを生み出しているように筆者は感じている。本稿では、特に分数と小数・整数の関係理解に関する単元に焦点を当てた。分数指導についての先行研究から子どもが理解に困難さを示す場面、指導の問題点を明らかにした。初めに、対象学級に対して事前調査を行い、分数についての学力実態と学級の傾向を把握することから始めた。実際の授業を通して、その反応やノート、ワークシート等、記述されたものを参照しながら、子ども達が困難さを示すポイントを把握し、その要因について分析を行なっていった。単元終了後に単元全体を評価する事後調査1、特に分数の捉え方に特化した事後調査2を実施し、それらの記述から理解の状況について分析を行なった。そして、分数の中でも特に子どもが理解に困難を示すのが割合分数であり、形式理解から意味理解へと転換を図るような授業改善が行われるべきであるという示唆を得た。

キーワード：分数の表現，意味理解，関係理解，小数と分数，図的表現，分数の意味の多様性

1. はじめに

分数を苦手とする子どもは多い。また、分数に対する子どもの捉えは様々である。この分数の捉えについて進藤（2009）は次のように述べている。

子どもの中では整数と分数は異なる世界が展開されており、分数の捉え方は独特なものであることが考えられる。

分数という数のもつ数学的な定義における、分数

の意味の幅広さと、線引きの曖昧さが困難さを生じさせる原因となっていると筆者は感じている。

分数は一般に以下の5つに分類される。①分割分数、②量分数、③単位分数、④割合分数、⑤商分数。進藤（2009）はさらにこれを7つに分類している。

①' 分数（量（kg, l など））②' 分割分数（1を○等分した1つ分）③' 操作分数（1を○等分した○つ分）④' 商分数（○を○等分した1つ分）⑤' の付き分数（○を○等分した○つ分）

* やなぎ けん 新潟市立新津第一小学校

⑥' 割合分数（2つの量の関係的見方であること）⑦' 蓋然性を表す分数（確率を表す分数（○回中○回））。

⑤'の「の付き分数」は分割分数を元にしたものであり、⑦'は中学校で学習するものを追加している。西村（2015）はさらに「数としての分数」を量を捨象した抽象としての分数として分類している。これだけの分数に対する多様性は改めて分類されたり、系統づけられて指導されるものではない。自然と身につけていくものとして期待されていることは明らかである。

上原（2014）は4年生を対象に量分数の理解に特化した調査問題を作成し、その調査結果を元に次のように述べている。

学年段階が上がるにつれて、小数と分数の関係の認識が形式的・機械的なものになってしまっている。

算数においては形式的な理解と意味理解とを明確に区別していきたい。

西村（2015）は意味理解の指導の課題について

分数の意味に多様性があることを教師がまず理解して、新しい意味を指導する時には既習の分数との違いについて子どもの言葉でまとめる工夫が必要である。

としている。分数の多様性が子どもの分数に対する理解に困難を生み出し、更には混乱さえも生じさせているのではないだろうか。これを克服するための手段として西村（2015）は次のように提案をしている。

まとめとしての分数の意味理解に感ずる単元を作り、小学校で扱う分数に特化した単元が必要である。分数の理解が不十分のまま高度な数学を扱うことは困難であることを教師が理解して各学年末や6年末に基礎的基本的な内容の分数単元を取り上げ、まとめの指導ができると良い。

現在も各社の教科書においてトピック的な取り上げ方で上記の内容についてはわずかであるが学習が行われている。小学校における算数の総括的な振り

返りとして分数について特化した単元で学習を行うことはどのようにして時間を生み出すかという問題点を考慮しなければ、非常に有効であると考えられる。あらためてこれらを個別に取り上げたり、関連付けて関係性を考えさせたりという学習は存在しないため、学習を進めていく中で子ども達はこれらを暗に意識していくこととなる。

このとらえをよりよいものにするために教材教具の工夫が行われている。数直線を複数並べたり、円形のピザやパターンブロックのように面積をイメージさせることで、分数の大きさを視覚的に捉えさせるような工夫は生活場面を想起させる上で有効である。

2. 研究の目的

本研究は単元を通し、5年生の子ども達の分数に対するとらえがどのように変容していくか、どんな困難さを示していくかを実際の授業を通して明らかにすることで分数の意味理解、特に整数・小数との関係性についての理解を指導する際における問題点、分数に対する理解を深める有効な手立てについて明らかにすることを目的とする。

3. 研究の方法

事前調査を単元の導入前に行い、分数をどのようにとらえているかについて分析を行う。

全6時間の授業を行い、分数について学級内で標準的な傾向とされる子どものノート、教科書、ワークシートへの記述、発言からとらえを追っていく。単元末に2種類の調査問題を行い、それらの分析を行うことで分数に対するとらえがどのように行われていったのか、分数の意味理解に対する示唆を得る。

4. 授業の概要

4.1 単元名：分数と小数・整数の関係やしくみを考えよう。

本単元は、分数を用いると整数の除法の結果を1つの数として表すことができることを、分数の意味と結びつけながら理解させていくものである。そして分数倍の意味については整数倍や小数倍と関連づけながら理解させていく。分数は小数や整数で表すことができること、小数や整数は分数で表すことができることを理解させる。これらを通し、分数の概念が拡張され、分数も小数や整数や小数と同じ数であることの認識を深めさせていく。

4.2 単元の指導計画（全6時間）

単元の目標

- ・整数及び小数を分数の形に直したり、分数を小数で表したりする。
- ・整数の除法の結果は、分数を用いると常に1つの数として表すことができることを理解する。
- ・数を構成する単位に着目し、数の相等及び代償関係について考察する。

単元を以下の6時間で構成する。

※学校図書「みんなと学ぶ小学校算数5年下」教師用指導指導書で示されている標準的な単元の指導計画、指導内容に準ずる。

1時間目

- ・2Lのジュースを3等分した1人分の量を分数で表す表し方を考える。
- ・3mのひもを4等分した時の1本分の長さを分数で表す。
- ・整数の除法の結果は分数で表すことができることを知る。

2時間目

- ・基準量、比較量がどれかを考えて立式し、答えを求める。
- ・2m, 4mは3mの何倍に当たるかを考える。
- ・何倍かを表す数も、分数を使うことができることを知る。

3時間目

- ・2mのテープを5等分した時の、1本分の長さを分数と小数で表す。
- ・分数や小数や整数の式で表す。

4時間目

- ・小数、整数を分数で表す。

5時間目

- ・整数、小数、分数を同じ数直線に表す。
- ・分数は、小数に直すと大きさの見当がつけやすくなることを知る。

6時間目

- ・単元の復習、活用問題に取り組む。

4.3 事前調査の結果から

以下のような事前調査を5年生児童33名に対し単元前に実施した。

1は数直線、液量図で表された分数(真分数, 帯分数, 仮分数)を表すもの。

正答率: ① 53.1%, ② 53.1%, ③ 53.1%, ④ 65.6%

①では単位分数の読み取りの誤りが多かった。特に分母を4とするものが多かった。分母を4とした

1 次の図の表している分数を書きましょう。また、1より大きい数は、帯分数と仮分数の両方で表しましょう。

2 次の□にあてはまる分数を書きましょう。

① 3個分で1mになる長さは□mです。

② 1mを4個に等しく分けた1個分の長さは□mです。

③ □Lの5個分は $\frac{5}{6}$ Lです。

3 次の数はどちらが大きいですか。□にあてはまる等号や不等号を書きましょう。

① $\frac{3}{4}$ □ $\frac{7}{8}$ ② $\frac{5}{7}$ □ $\frac{3}{5}$

③ 2 □ $\frac{12}{6}$ ④ $\frac{1}{11}$ □ $\frac{1}{9}$

4 次の□にあてはまる数を書きましょう。

① 10と12の最小公倍数は□です。

② 24と18の最大公約数は□です。

図1 事前調査

ために、②、③と共に誤りとなっていた。④は誤答よりも帯分数と仮分数の両方で答えなければならぬところをどちらかが欠けていることによるもので、分数としての表し方は正しくできているものが多かった。

数直線が分数という量を表すのに困難さを示すことがここからうかがえる。

2は分数の意味を問うもの。

正答率: ① 63.6%, ② 66.7%, ③ 54.5%

③の問題の正答率が低いのは単位分数の考え方が身につけていないことが考えられる(～が～個分)。

3は通分により分数の大小を判別するもの。

正答率: ① 93.9%, ② 84.8%, ③ 66.7%, ④ 69.7%

全体的に正答率は高かった。分数のたし算ひき算の学習を終えたばかりで通分の定着率が高かったことも要因と思われる。

4は最小公倍数, 最大公約数についての理解を問うもの。

正答率: ① 93.9%, ② 57.6%

②は公約数でありながら最大ではないもの、あるいはそもそも①につられて公倍数を求めているものという誤答が多かった。言葉の理解が不十分であることも考えられる。

上記の結果から次のことが明らかとなった。

- ① 数直線上に正しく分数による表記で表すことが十分でない。
- ② 基準量と比較量を変えることで困難を示すことがある。
- ③ 分数の大小比較に際しては通分をすることで単位をそろえることに対する理解は高い。
- ④ 最小公倍数と最大公約数について混同している子どもが目立つ。

上記の結果から単元を通して図を積極的に用いること。特にテープ図や数直線を常にセットで扱い、数字や解釈の言葉で図への書き込みを徹底して行い、割合分数と量分数を明確に意識させながら授業を行うこととした。

4.4 授業の実際

1時間目

2Lのジュースの量をパターンブロックに置き換えた。パターンブロックにより、子ども達は単位分数を6分の1, 3分の1, 2分の1, 1と視覚的にとらえていくことができた。2分の1のブロックでは3等分できないので6等分のブロックに置き換えたり、6分の1のブロックを2つくっつけて3分の1に置き換えたり、両替に近い感覚でパターンブロックにより、 $2 \div 3$ のような割り切れない数を視覚的にとらえることができた。

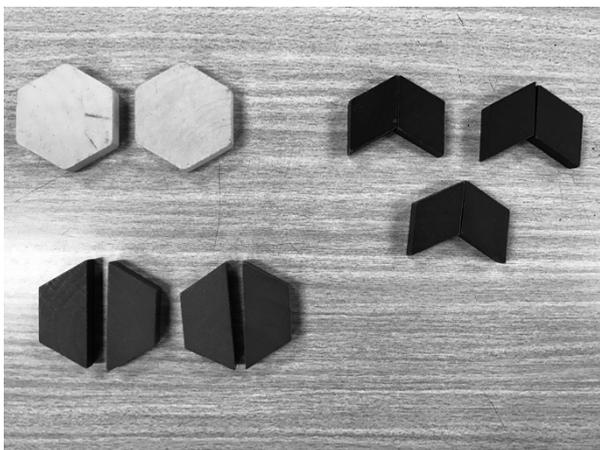


図2 パターンブロック

2時間目

「○は△の□倍」の話型に順次、当てはめながら分数倍の意味をとらえさせていった。被序数が序数よりも大きいものには抵抗なく立式し、答えを求めることができていたが、被序数と序数が逆になった途端、手の止まる子どもが現れるようになった。それでも言葉と式の形式を保持したまま数値を当てはめ

て考えるような展開であったため、多くの子どもが形式的ではあったものの立式することができていた。

計算をせずにすむ、形式に当てはめるだけで処理することができるその容易さに対し、理解の進んだ授業後半には分数で表すことの良さを実感する声が多く上がった。

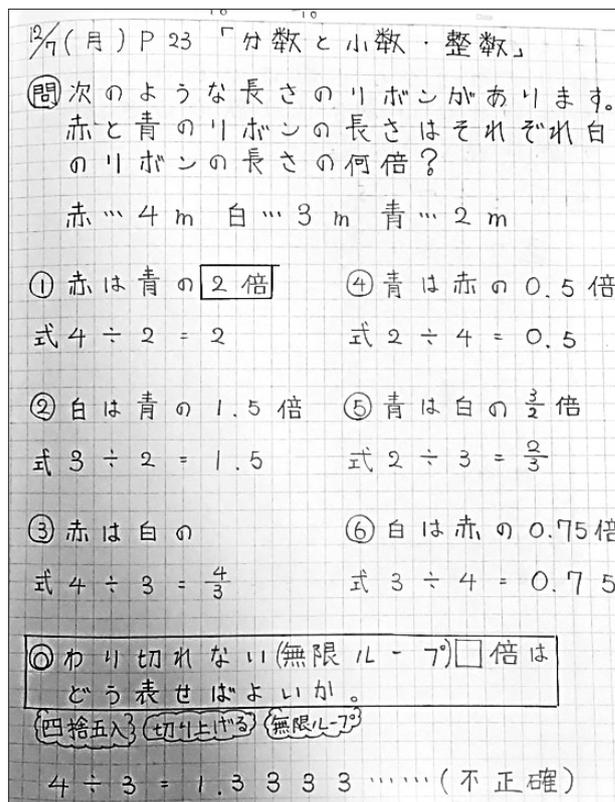


図3 ノート

3時間目

除法の式から商を小数や整数で表すことをテープ図で視覚的にも捉えながら確かめていった。分数から式に表すという前時までとは逆の思考を確認していった。授業最後に「分数と小数・整数にどんな関係があるか」を問う場面では「分子と分母で割ると、整数になることがある。」「整数は小数や分数が集まった数。」「小数や分数は整数が割られた数」等、黒板上に書かれたそれぞれの式や分数の答えを眺めての気づきを発表していった。

4時間目

小数を分数で表すことを問題文と式のみで考えていった。これまでと違い、視覚的に頼るものがないためか理解に困難を示す子どもが多くみられた。 $0.1 = 1/10$, 0.1 が10こで1になるから 0.3 は $1/10$ の3個分で $3/10$ など念頭操作に基づく発言が多く交わ

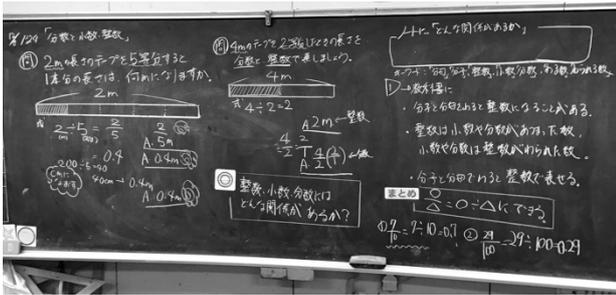


図4 最終板書

された。
5時間目

同一数直線上に分数、小数、整数を表す方法について考えた。数直線上に表すことでそれぞれの数の大きさを視覚的に捉えることができた。分数を基準にして考える子どもは学級の中で少数派で、多くは小数に直して数直線上に数を書き込んでいった。分数を基準にして考えた子どもでも分子の4を0.4と読み間違えるなど分子の数に引っ張られてしまうという誤答も若干みられた。

しかし、その後の問題で、分数、小数の大きさを比較する際に数直線がなかったことは大きさに見当をつけることができなかつた子どもにとって難易度の高いものとなった。

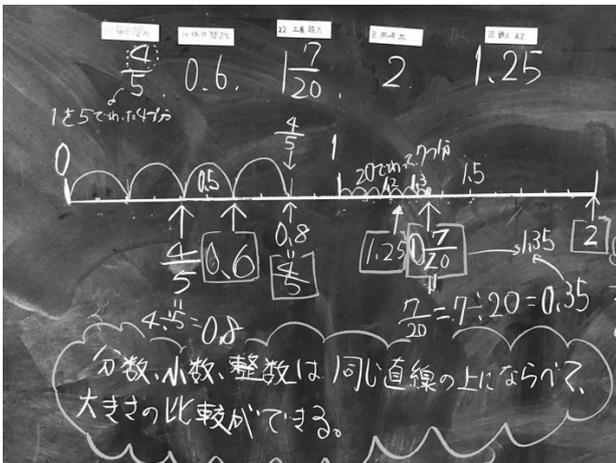


図5 数直線の写真

6時間目

これまでの復習として練習問題、活用問題に取り組んだ。

4.5 事後調査の結果から

以下のような2種類の事後調査を単元後に実施した。事後調査1は単元を評価するものであり、事後

調査2は分数に対するとらえを再度評価するものである。

1 次の計算の商を分数で表しましょう。 各5点(10)

① $3 \div 8$ ② $16 \div 12$

2 次の小数を分数で表しましょう。 各5点(10)

① 3.7 ② 0.23

3 次の分数を小数や整数で表しましょう。 各5点(20)

① $\frac{1}{4} =$ ② $\frac{144}{6} =$

③ $2\frac{3}{5} =$ ④ $\frac{17}{100} =$

4 次の数はどちらが大きいですか。□にあてはまる不等号を書きましょう。 各10点(20)

① $\frac{5}{8}$ □ 0.7 ② 0.6 □ $\frac{7}{12}$

5 次の数を、下の数直線に↑で表しましょう。 完答(20)

1.2 0.7 $\frac{2}{5}$ $\frac{5}{2}$ $1\frac{1}{2}$ $1\frac{3}{4}$ 2.1

0 1 2

6 たての長さが5m、横の長さが6mの長方形の形をした花だんがあります。この花だんのたての長さは、横の長さの何倍でしょうか。 式・答え各10点(20)

式 □ 答え □

図6 事後調査1

4.6 事後調査1の結果より

1は計算の商を分数で表す問題。(本単元1時間目の学習に相当)

①正答率：97.1% ②正答率：91.4%

商となる分母、分子を逆に表すものが誤答の全てであった。

2は小数を分数で表す問題。(本単元4時間目の学習に相当)

①正答率：77.1% ②正答率：82.9%

誤答は $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{7}{3}$ など分数の形式に数値を当てはめるものが多かった。

3は分数を小数や整数で表す問題。(本単元3、4時間目の学習に相当)

①正答率：54.3% ②正答率：60% ③正答率：57.1

④ 正答率：71.4%

誤答は分母、分子の数値を小数の形式に当てはめるものが多く、問題2と同じ誤りをセットとする傾向が見られた。

4は分数の大きさを判別する問題。(本単元5時間

目の学習に相当)

①正答率：71.4% ②正答率：65.7%

ワークシートへの書き込み跡から多くは分数を小数に直して大小の比較を行っていた。誤答の多くは小数に直す際の計算ミスによるものであった。

5は小数，分数を数直線上に表す問題。（本単元5時間目の学習に相当）

正答率：37.1%

全部で7つの数を完答で評価したため，正答率は低く出ている。誤りが多かったのは分数で，特に帯分数の二つは正答率が低かった。

6は分数倍を求める文章題。（本単元2時間目の学習に相当）

①立式 正答率：91.4% ②答え 正答率：82.9%

立式では除数と被除数を逆にする誤答が全てであり，答えを自分の判断で四捨五入するもの，分母と分子が逆になっているものが見られた。

上記の結果から次のことが明らかとなった。

- ・計算式から商を分数に表すことは少なくとも形式的には理解ができています。
- ・形式的であるが故に同じミスを繰り返す。
→意味理解がされていない。
- ・大小比較においては通分よりも小数に直すことで比較する傾向が強い。

4.7 事後調査2の結果より

1は長方形のテープを5等分した時の大きさを基準量を変えながら求める問題。

①正答率：47.2% ②正答率：27.8%

1マス分を0.1と見ることで，2マス分を0.2とする誤答が多く見られた。同様に②では①を受けて0.4と見る誤答が多く見られた。

2は2mのひもの長さについて示された大きさを求める問題。

①正答率：44.4% ②正答率：8.3%

③正答率：36.1%

①～③のいずれも分子を1とする誤答が多く見られた（①では1/4，②では1/3，③では1/2）。もともになる量を2ととらえていない。中でも著しく低い正答率となった②については小数で0.66…と表す誤答も多く見られた。2÷3の商を表したものと思われる。①，③のいずれも小数，整数による正答が全てで分数による回答はなかった。

3は示された場所の大きさを問うもの。分数によって答える。1mの長さにおいて3分の1が示された場所が変化している③については1mに半端量

名前 _____

1. 下の図は，長方形のテープを5等分したものです。

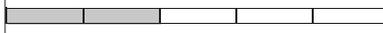
①テープの長さを1とすると，アの大きさはいくつですか。

答え _____

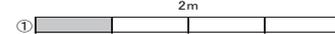
②テープの長さが2mとすると，アの大きさはいくつですか。

答え _____

ア



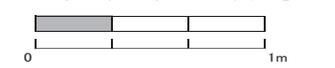
2. 2mの長さのひもがあります。■のところは何mですか。

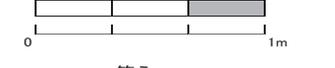
①  _____
答え _____

②  _____
答え _____

③  _____
答え _____

3. 下の図で■部分の長さは何mですか。単位をつけ忘れないようにしましょう。

①  _____
答え _____

②  _____
答え _____

③  _____
答え _____

図7 事後調査2

が足されて困難さを上げている。

①正答率 72.2% ②正答率：55.6% ③正答率：5.6%

③の正答率が著しく低いのはほとんどが1/4という誤答を記述したためであった。1mという基準量よりも図の全体を1ととらえたことが原因と考えられる。①から③のいずれについても0.33…という回答も2の②と同様に多く見られた。1÷3の商を表したものと考えられる。

上記の結果から次のことが明らかとなった。

- ・あくまで1を基準量として考える傾向が強い。
- ・基準量が1以外の場合には基準量÷いくつ分で1つ分の量を基準にして考えようとする。
- ・分数よりも小数で表すことを優先させる。

5. 考察

事後調査1，2の結果から以下のことが明らかとなった。

- ・1時間目にパターブロックを用いて分数を表したのは量としての分数を理解させるには有効に機能した。ブロックの色（形）を変えることが暗に単位分数を変えていることとつながっていることはお

さえていく必要がある。

・2時間目に行なった形式不易の原則に従い、形式的に式に当てはめて分数を求めていくのはアルゴリズムを定着させていく上では有効である。ただ、式と分数とをつなぐ具体物、図によりその関係性は明らかにしていかなければならない。

・3時間目の授業が問題2の内容に相当する。式と整数、分数、小数の関係に内容が傾いており、この1時間だけでは意味理解にまで至っていない。3時間目は2時間目とのセットで考えるべき時間であり、式と分数、分数と式との往還により一般化を図られるべきである。

・3時間目以降5時間目までほぼ単位のつかない数字で問題を考えていくこととなる。子どもの中で割合分数と量分数が混同していることが発言の中からもうかがえた。

・5時間目に分数、小数、整数を同一直線上に表示する問題ではほぼ全員が分数を小数に直すことを選んだ。割り切れる数(4/5, 7/20など)が多かったため、数直線上に中途半端に表さなければならぬような数ではなかったこともその要因と思われる。数直線はおよその大きさを見当づけるのにも有効に機能していた。

6. 成果と課題

〈成果〉

分数の中でも子どもが理解に困難さを示すのは割合分数である。これは基準量が1ではなくなった時に顕著で、子どもが暗黙のうちに基準量を1と捉えてしまっていることがその原因であると考えられる。等分割量分数では具体物に置き換えることでイメージをもちながら考えることができるのに対し、割合分数ではそれができない。このギャップを意識させることが大切であり、2つの分数の違いを明確にさせる「場」と言える。

〈課題〉

単元全体を通し、式から分数、分数から式への変化が形式的なものになりがちである。誤った覚え方(形式のみを暗記)をしている子どもは序数と被除数、分子と分母がそれぞれ逆になっている等、事後

調査の結果からも明らかである。形式理解と意味理解を授業者は意識しながら、授業を展開していかなければならない。このことは分数を用いることで小数で表すことのできない数を表すことができるという分数そのものの良さへとつながっている。これを学習者に実感させることが大切である。

事後調査2の結果から明らかなように操作分数と商分数についての意味理解を促す指導については単元配列、教材開発等、今後の大きな課題と言える。

【参考・引用文献】

- ・文部科学省(2017) 小学校学習指導要領
- ・文部科学省(2017) 小学校学習指導要領解説算数編 PP. 239-242
- ・伊藤俊彦(1982) 分数教育の歴史の変遷 島根大学教育学部紀要(教育科学)第16巻 PP. 1-18
- ・上原有貴(2014) 算数教育における小数と分数の理解に関する考察 愛知教育大学 イプシロン vol. 56. PP 139-144
- ・進藤芳典(2009) 数感覚を重視した分数の理解に関する研究. 上越教育大学上越数学教育研究第24号 PP. 75-84
- ・西村真(2015) 分数の意味の多様性とその指導. 子ども未来研究第10号 PP. 45-50
- ・磯部年晃, 小山正孝, 中原忠男, 赤井利行, 片桐毅(2004), 算数学習における理解過程に関する研究(IV)～第5学年における「分数と小数、整数の包摂関係」を中心に～. 広島大学 学部・附属学校共同研究機構研究紀要, 第32号
- ・柳健, 片野史子, 鈴木博子, 田脇教子, 平野孝治, 松本弓子(1996) 学校数学における知識・技能形成の様相とその指導の在り方～〈数学科活動〉と〈メタ認知〉形成を中心として, 新潟大学教育学部数学教室「数学教育研究」第32号
- ・国立研究所(1980) 学習能力の形成～児童・生徒の学習能力習得状況調査からの報告～PP. 336,338
- ・みんなと学ぶ小学校算数5年下, 学校図書 PP. 20-29
- ・みんなと学ぶ小学校算数5年下教師用指導書, 学校図書 PP. 20-29, 50-55